第13講・二次方程式⑤ 点の移動に関する問題

要点整理

1　点の移動に関する問題

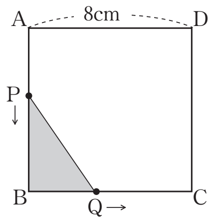
・辺の長さと点の移動距離の差を利用する。

・移動する点が頂点を通過したあとの図形の変化に注目する。

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

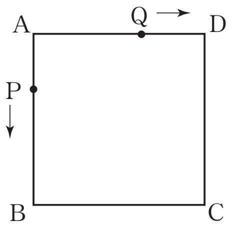
例題 1

右の図のような正方形ABCDで，点PはAを出発してAB上をBまで動く。また，点Qは点PがAを出発すると同時にBを出発し，Pと同じ速さでBC上をCまで動く。点PがAから何cm動いたとき，△PBQの面積が$6cm^2$になるか，求めなさい。



例題 2

右の図は，1辺6cmの正方形ABCDである。点Pは頂点Aを出発し毎秒1cmの速さで反時計回りに，点Qは頂点Aを出発し毎秒2cmの速さで時計回りに，ともに辺上を動く。2点P，Qが点Aを同時に出発してからx秒後について，次の問いに答えよ。ただし，xの変域は$0≦x≦6$とする。



⑴　点Qが辺AD上にあるとき，△CPQの面積をxを用いて表せ。

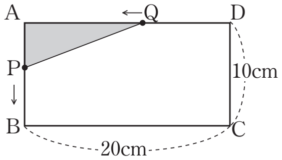
⑵　△CPQの面積が$14cm^2$となるxの値をすべて求めよ。

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

問題

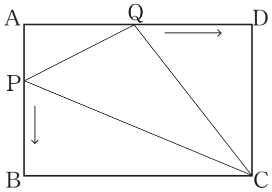
13－1

右の図のような，BC＝20cm，CD＝10cm の長方形 ABCD がある。点 P は A を出発して AB 上を B まで動く。また，点 Q は点 P が A を出発すると同時に D を出発し，P の２倍の速さで AD 上を A まで動く。点 P が A から何 cm 動いたとき，△ APQ の面積が $24cm^2$ になるか，求めなさい。



13－2

右の図は，AB＝4cm，AD＝6cm の長方形である。点 P，Q は頂点 A を同時に出発し，長方形の周上を，点 P は毎秒 1cm，点 Q は毎秒 2cm の速さで，それぞれ矢印の向きに，x 秒間動くものとする。$0<x\leqq 3$ のとき，３点 C，P，Q を直線で結んでできる△ CPQ の面積が $10cm^2$ になるのは何秒後か。



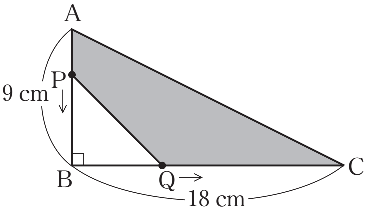
©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

＜ *Note* ＞

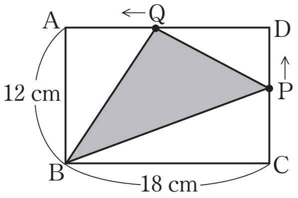
©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

第13講・確認テスト

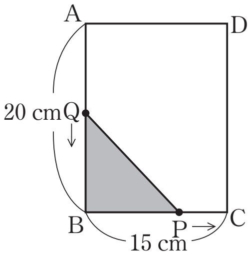
［1］　右の図のような，AB＝9cm，BC＝18cm，∠ABC＝90°の直角三角形 ABC がある。点 P は A を出発して AB 上を B まで，毎秒 1cm の速さで動く。また，点 Q は点 P が A を出発すると同時に B を出発して，BC 上を C まで毎秒 2cm の速さで動く。このとき，四角形 APQC の面積が $67cm^2$ になるのは，1 回目が P，Q が出発してから［ア］秒後，2 回目が P，Q が出発してから［イ］秒後である。



［2］　右の図は，AB＝12cm，BC＝18cm の長方形 ABCD である。点 P，Q はそれぞれ頂点 C，D を同時に出発し，P は辺 CD 上を D まで秒速 2cm で，Q は辺 DA 上を A まで秒速 3cm で動く。このとき，△BPQ の面積が $84cm^2$ になるのは，1 回目が P，Q が出発してから［ウ］秒後，2 回目が P，Q が出発してから［エ］秒後である。



［3］　右の図の四角形 ABCD は，AB＝20cm，BC＝15cm の長方形である。点 P，Q は同時に頂点 A を出発し，P は秒速 5cm で，Q は秒速 2cm で，長方形 ABCD の辺上を B，C を通って D まで動く。このとき，P が辺 BC 上，Q が辺 AB 上にあり，△BPQ の面積が $40cm^2$ になるのは，P，Q が出発してから［オ］秒後である。



©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

< *Note* >

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

第13講・二次方程式⑤ 点の移動に関する問題

例題 1

2cm と 6cm

解説

点 P が A から $x$cm 動いたとき，△PBQ の面積が 6cm^2 になったとすると，

BQ$=x$cm，PB$=8-x$(cm)で，△PBQ$=\frac{1}{2}\times$BQ$\times$PB だから，$\frac{1}{2}x(8-x)=6$

これを解くと，$x=2$，6　　これらは $0<x<8$ を満たす。

例題 2

(1)　$(-x^2+9x)$cm^2　　(2)　$x=2$，$\frac{11}{3}$

解説

(1)　$0\leqq x\leqq 3$ のときで，

$$\triangle\text{CPQ}=6^2-\frac{1}{2}\times x\times 2x-\frac{1}{2}\times 6(6-x)-\frac{1}{2}\times 6(6-2x)=-x^2+9x(\text{cm}^2)$$

(2)　$0\leqq x\leqq 3$ のとき，$-x^2+9x=14$ より，$x=2$，7　　$0\leqq x\leqq 3$ より，$x=2$

$3\leqq x\leqq 6$ のとき，△CPQ$=\frac{1}{2}(12-2x)\times 6=-6x+36$(cm^2)

$-6x+36=14$ より，$x=\frac{11}{3}$　　これは $3\leqq x\leqq 6$ を満たす。

13－1

4cm と 6cm

解説

AP$=x$cm とすると，QD$=2x$cm だから，AQ$=20-2x$(cm)と表せる。

よって，$\frac{1}{2}x(20-2x)=24$　　これを解くと，$x=4$，6　　よって，4cm と 6cm

13－2

2 秒後

解説

△CPQ＝ 長方形ABCD－(△APQ＋△BCP＋△DQC)だから，

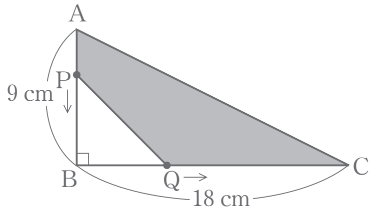
$4\times 6-\left\{\frac{1}{2}\times x\times 2x+\frac{1}{2}\times(4-x)\times 6+\frac{1}{2}\times(6-2x)\times 4\right\}=10$　　これを解くと，$x=2$，5

$0<x\leqq 3$ より，$x=2$　　よって，2 秒後

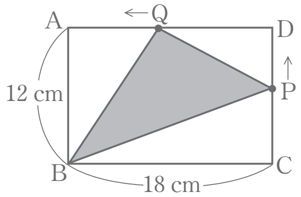
©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

第13講 • 確認テスト

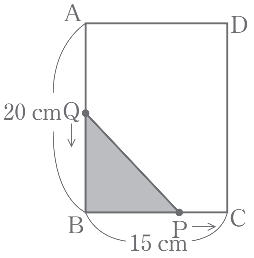
［1］　右の図のような，AB＝9cm，BC＝18cm，∠ABC＝90°の直角三角形ABCがある。点PはAを出発してAB上をBまで，毎秒1cmの速さで動く。また，点Qは点PがAを出発すると同時にBを出発して，BC上をCまで毎秒2cmの速さで動く。このとき，四角形APQCの面積が67cm^2になるのは，1回目がP，Qが出発してから［ア］秒後，2回目がP，Qが出発してから［イ］秒後である。



［2］　右の図は，AB＝12cm，BC＝18cmの長方形ABCDである。点P，Qはそれぞれ頂点C，Dを同時に出発し，Pは辺CD上をDまで秒速2cmで，Qは辺DA上をAまで秒速3cmで動く。このとき，△BPQの面積が84cm^2になるのは，1回目がP，Qが出発してから［ウ］秒後，2回目がP，Qが出発してから［エ］秒後である。



［3］　右の図の四角形ABCDは，AB＝20cm，BC＝15cmの長方形である。点P，Qは同時に頂点Aを出発し，Pは秒速5cmで，Qは秒速2cmで，長方形ABCDの辺上をB，Cを通ってDまで動く。このとき，Pが辺BC上，Qが辺AB上にあり，△BPQの面積が40cm^2になるのは，P，Qが出発してから［オ］秒後である。



解答

［1］　ア　2　　イ　7

［2］　ウ　2　　エ　4

［3］　オ　6

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

解説

［1］　P，Qが出発してから x 秒後に四角形APQCの面積が 67cm^2 になるとする。

$\triangle ABC=\frac{1}{2}\times18\times9=81(\text{cm}^2)$ だから，四角形APQCの面積が 67cm^2 のとき，

$\triangle BPQ=81-67=14(\text{cm}^2)$　また，このとき，$PB=9-x(\text{cm})$，$BQ=2x\text{cm}$

よって，$\frac{1}{2}\times2x\times(9-x)=14$ より，　$x(9-x)=14$

これを解くと，$x=2$，7　これらは $0<x<9$ を満たす。

［2］　P，Qが出発して x 秒後に $\triangle BPQ=84\text{cm}^2$ になるとする。

このとき，$CP=2x\text{cm}$，$PD=12-2x(\text{cm})$，$DQ=3x\text{cm}$，$QA=18-3x(\text{cm})$

$\triangle BPQ=$ 長方形ABCD $-(\triangle ABQ+\triangle BCP+\triangle DPQ)$ だから，

$12\times18-\left\{\frac{1}{2}\times(18-3x)\times12+\frac{1}{2}\times18\times2x+\frac{1}{2}\times3x\times(12-2x)\right\}=84$

これを解くと，$x=2$，4

これらは $0<x<6$ を満たす。

［3］　P，Qが出発してから x 秒後に $\triangle BPQ=40\text{cm}^2$ になるとする。

このとき，$BP=5x-20(\text{cm})$，$QB=20-2x(\text{cm})$ だから，

$\frac{1}{2}\times(5x-20)\times(20-2x)=40$

これを解くと，$x=6$，8

PがBC上にあり，QがAB上にあるときの x の範囲は $4\leqq x\leqq7$

よって，6秒後

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。